



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



Álgebra

Tema: Gráfica de relaciones

Docente: PHFLUCKER H. COZ

RELACIONES

Sean A y B conjuntos no vacíos. La relación R de A en B es un conjunto de pares ordenados $(x; y)$ tal que $x \in A$ está condicionada con $y \in B$.

Notación:

$$R = \{(x; y) \in A \times B \mid R(x; y) \geq 0\}$$

Ejemplos

- $R_1 = \{(x; y) \mid 2x - y - 6 = 0\}$
- $R_2: y \geq 3x - 1 \ ; \ x^2 + y^2 \leq 4$

RELACIONES DEFINIDAS POR ECUACIONES

1.- RECTAS

$$ax + by + c = 0$$

Ejemplos

- Grafique $2x + 3y + 12 = 0$

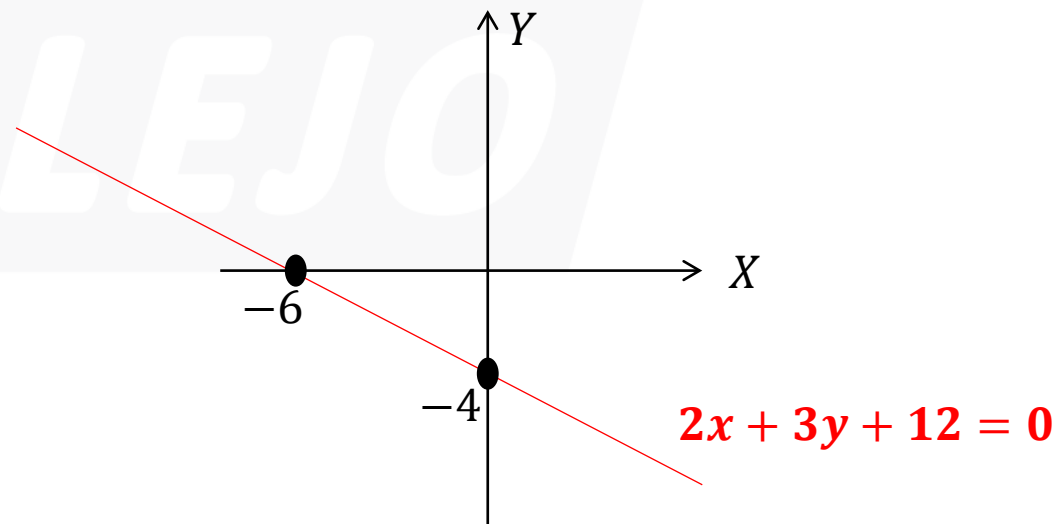
Resolución

- Hallando la intersección con el eje x

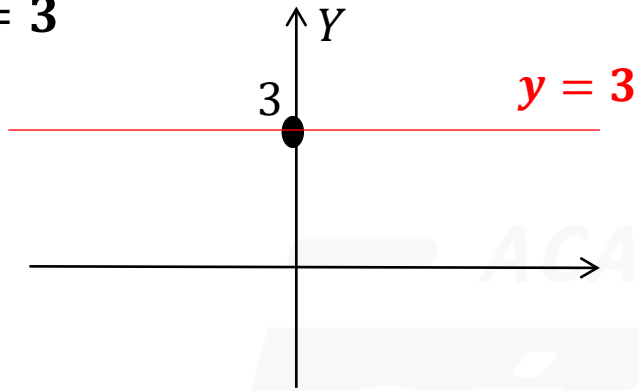
$$y = 0 \Rightarrow x = -6$$

- Hallando la intersección con el eje y

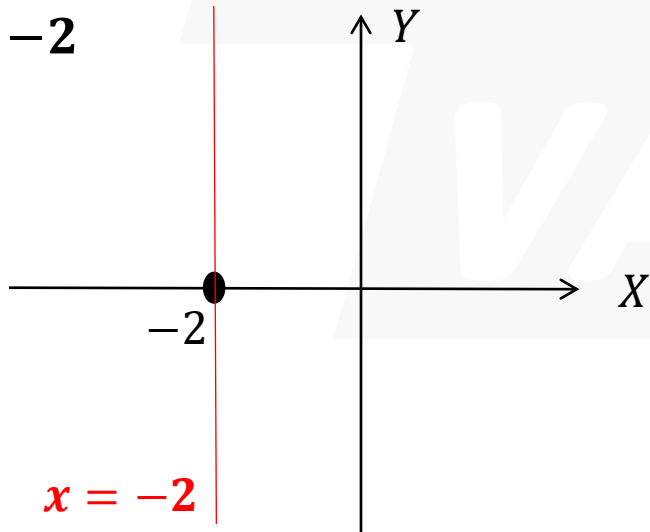
$$x = 0 \Rightarrow y = -4$$



- Grafique $y = 3$



- Grafique $x = -2$



2.- VALOR ABSOLUTO

$$y = a|x - h| + k$$

$$x = a|y - k| + h$$

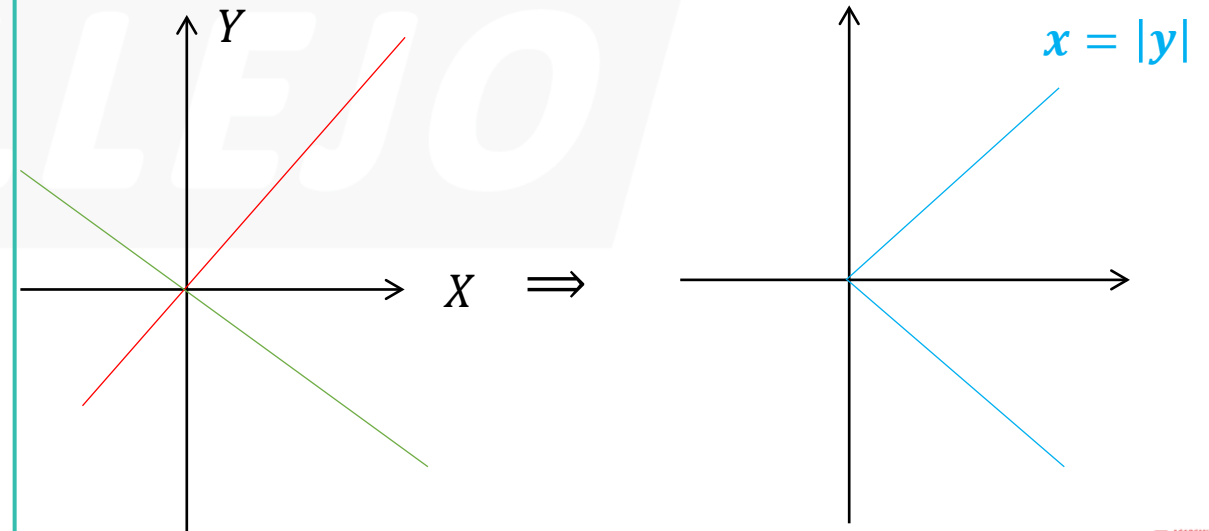
Ejemplos

- Grafique $x = |y|$

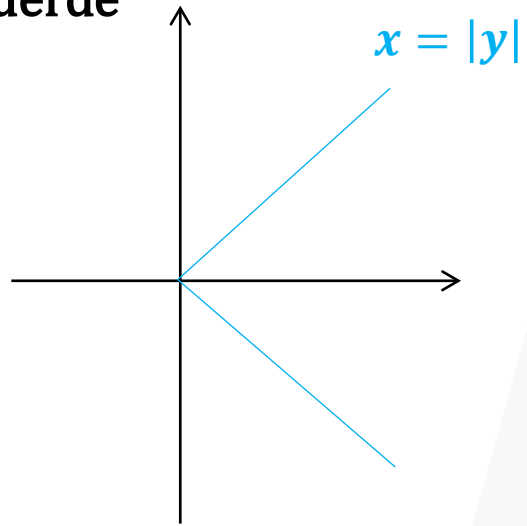
Resolución

Aplicamos propiedad de valor absoluto

$$x \geq 0 \quad \wedge \quad (y = x \vee y = -x)$$



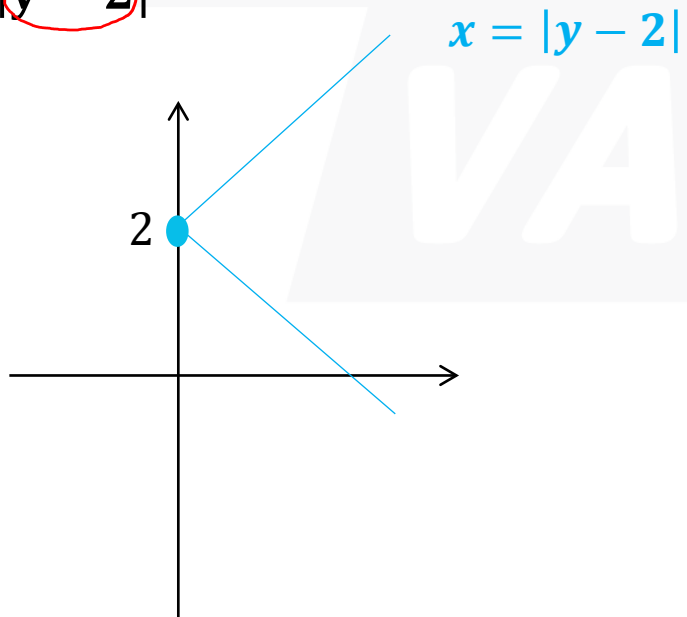
Recuerde



- Grafique $x = |y - 2|$

$$y - 2 = 0$$

$$y = 2$$



- Grafique $x = 2|y - 1| - 3$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

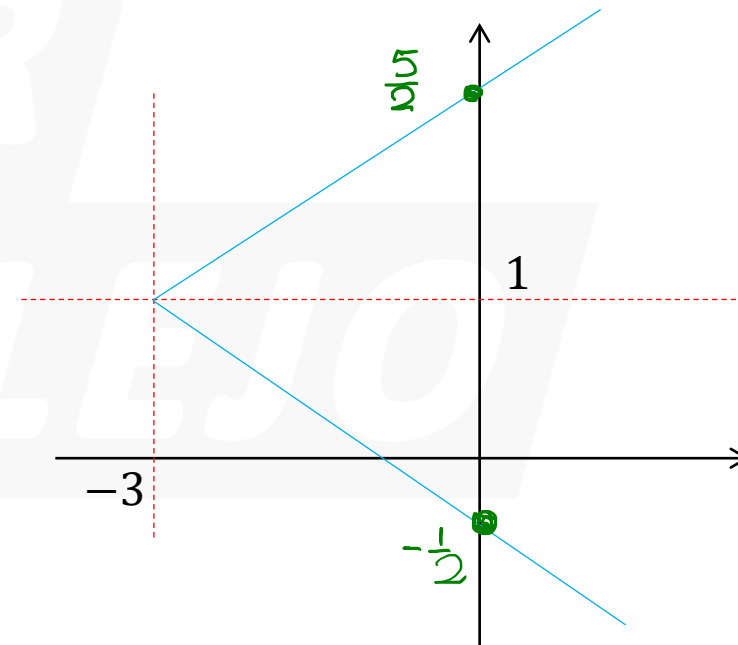
$$x + 3 = 2|y - 1|$$

$$y - 1 = 0$$

$$y = 1$$

$$|2y - 2| = 3$$

$$y = -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$$



3.- PARÁBOLAS

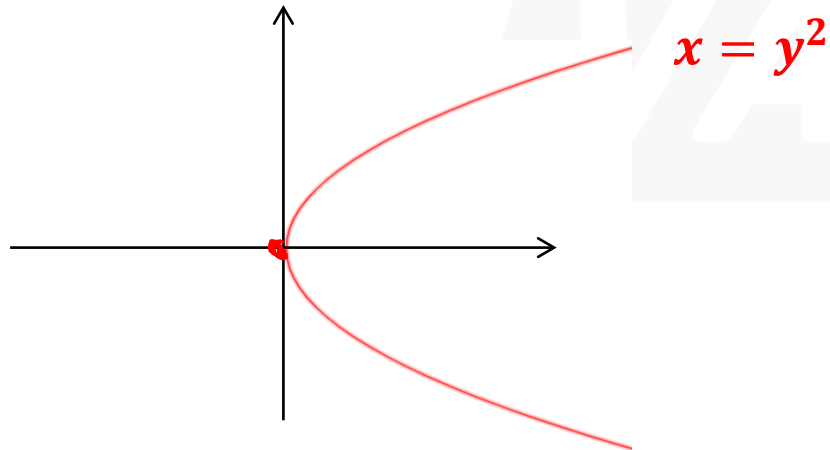
$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$x = a(y - k)^2 + h$$

Ejemplos

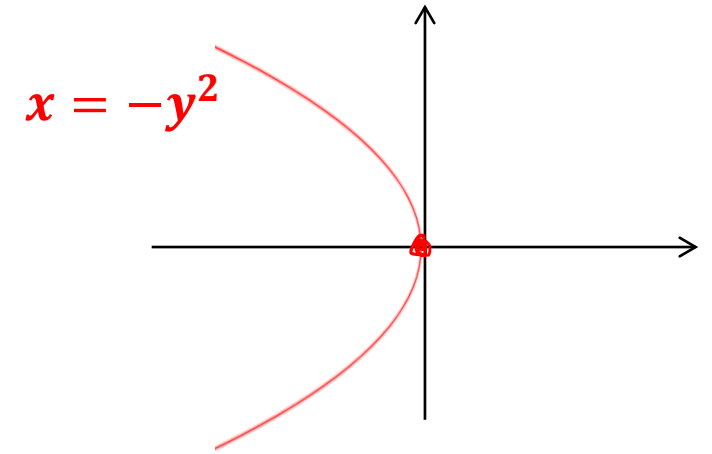
- Grafique $x = y^2$

Resolución $y^2 = x \Rightarrow x \geq 0 \wedge (y = \sqrt{x} \vee y = -\sqrt{x})$



- Grafique $x = -y^2$

Resolución



- Grafique $x = -2(y - 1)^2 + 3$

Resolución

$$x - 3 = -2(y - 1)^2$$

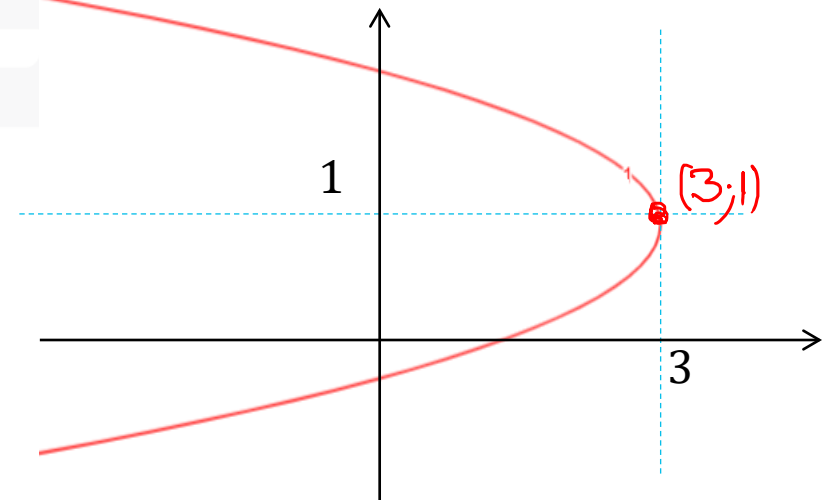
$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$(x - 3) = -2(y - 1)^2$$

$$y - 1 = 0$$

$$y = 1$$



4.- CIRCUNFERENCIA, ELIPSE E HIPÉRBOLA

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0 \quad ab \neq 0$$

Si la relación está bien definida, esta genera:

- Una circunferencia si: $a = b$
- Una elipse si: $a \neq b \wedge ab > 0$
- Una hipérbola si: $ab < 0$

Recordar

- La ecuación de la circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Centro: $(h; k)$ Radio: $r > 0$

- La ecuación de la elipse:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Ejercicio

Grafique $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$

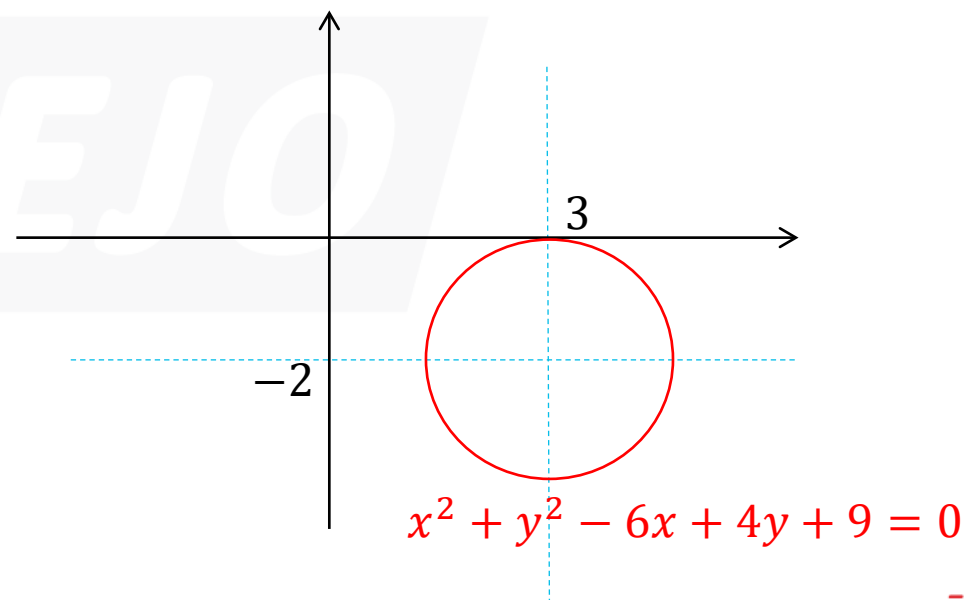
Resolución

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 0 + 4$$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

La ecuación de una circunferencia:

Centro: $(3; -2)$ Radio: $r = 2$



- Grafique $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$

Resolución

$$4x^2 - 16x + 9y^2 + 54y + 61 = 0$$

$$4(x^2 - 4x + 4) + 9(y^2 + 6y + 9) = -61 + 97$$

$$4(x - 2)^2 + 9(y + 3)^2 = 36$$

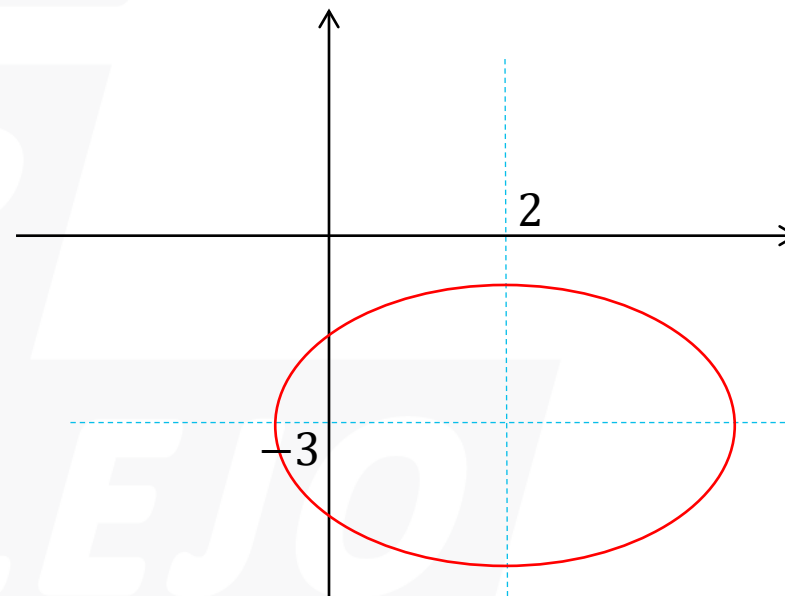
Entre 36

$$\frac{(x - 2)^2}{9} + \frac{(y + 3)^2}{4} = 1$$

$$\frac{(x - 2)^2}{3^2} + \frac{(y + 3)^2}{2^2} = 1$$

La ecuación de una elipse:

Centro: $(2; -3)$



$$4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$$

5.- ROMBO

$$|x - h| + |y - k| = l$$

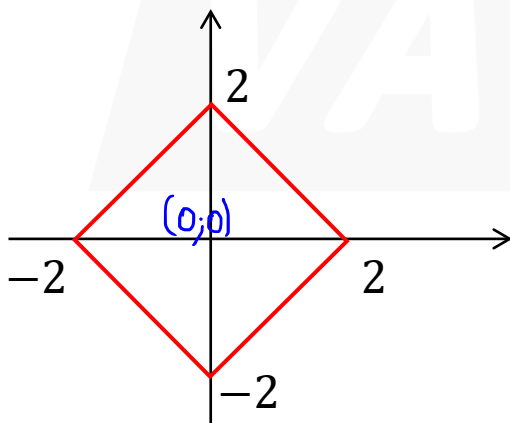
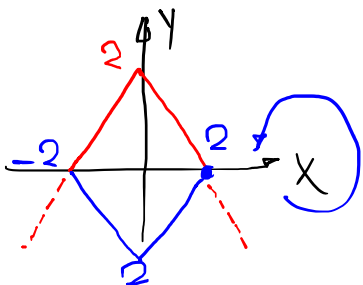
Centro: $(h; k)$

Diagonal: $2l > 0$

Ejercicios

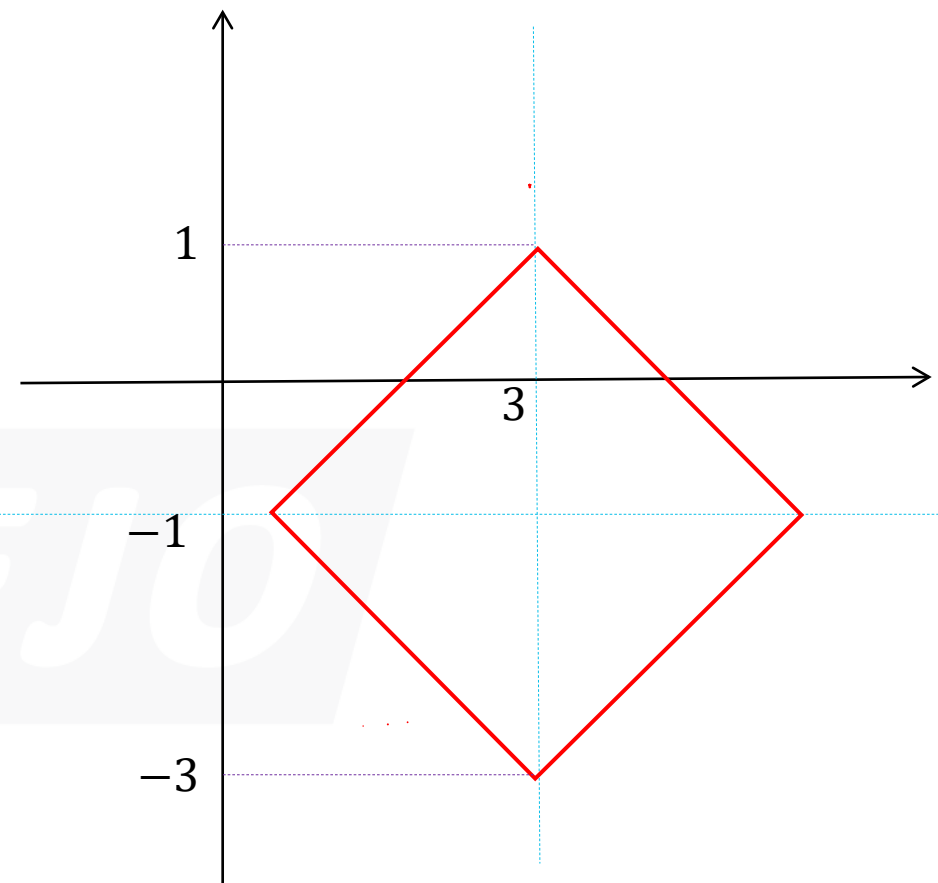
- Grafique $|x| + |y| = 2$

Resolución Sea $y > 0$: $|x| + y = 2 \Rightarrow y = 2 - |x|$



- Grafique $|x - 3| + |y + 1| = 2$

Resolución



RELACIONES DEFINIDAS POR INECUACIONES

Para graficar: $R(x; y) \gtrless 0$

1. Grafique la frontera de la región, mediante:

$$R(x; y) = 0$$

2. Evalúe un punto de una de las regiones en la desigualdad, si esta se verifica la región que contiene el punto representa la relación, en caso contrario la región al otro lado de la frontera es la gráfica buscada.

Además:

- La frontera es parte de la gráfica si la desigualdad está dada por \geq o \leq .
- La frontera no es parte de la gráfica si la desigualdad está dada por $>$ o $<$.

Ejercicios

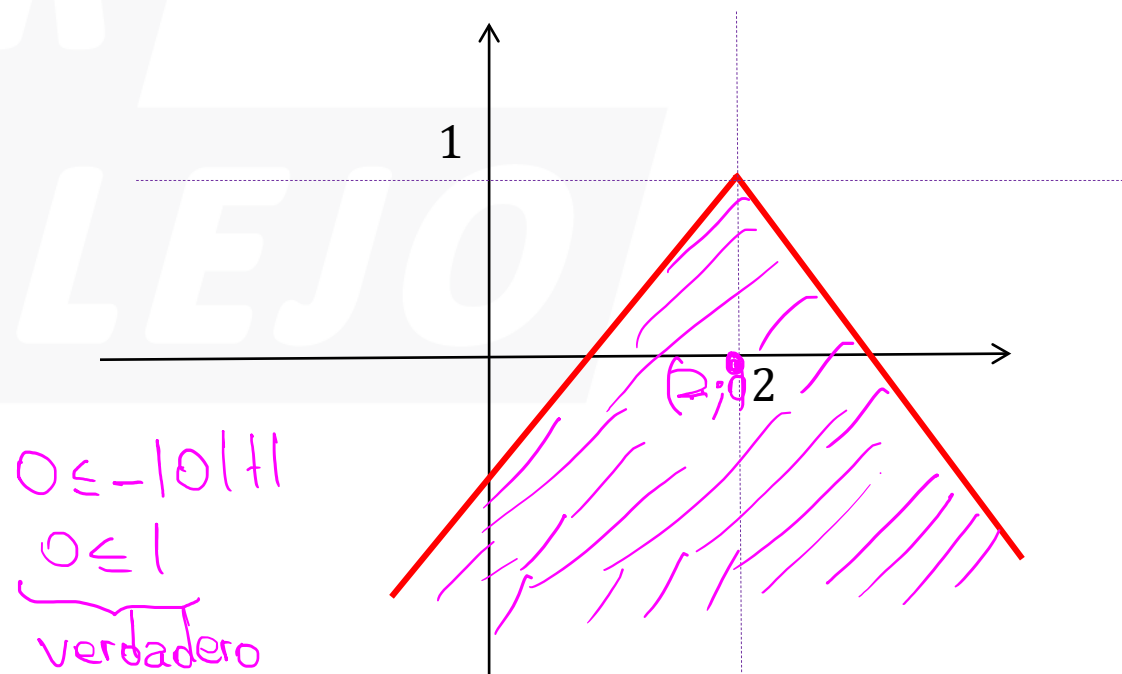
Grafique $|x - 2| + y - 1 \leq 0$

Resolución

$$|x - 2| + y - 1 \leq 0$$

$$y \leq -|x - 2| + 1$$

Sea
 $y = -|x - 2| + 1$
 $V = (2; 1)$

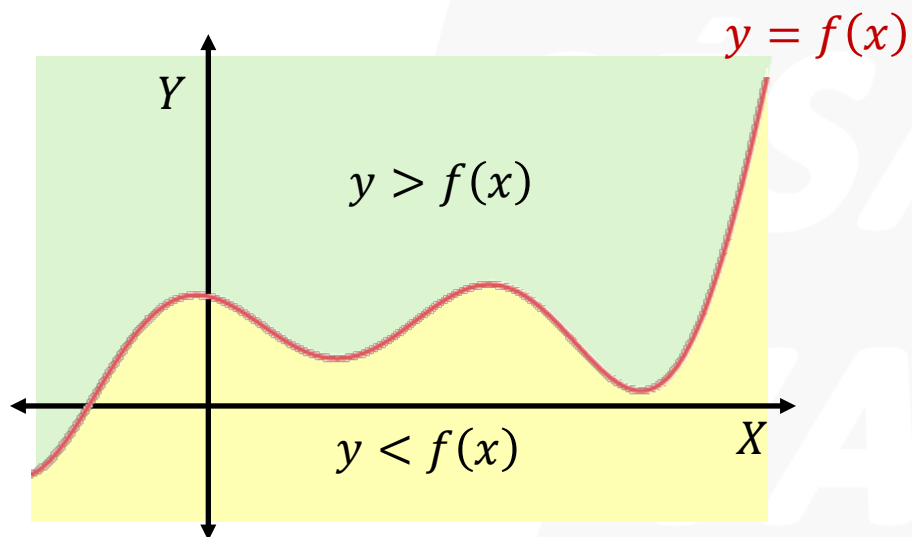


Observación:

Si podemos despejar y en $R(x; y) = 0$ se obtendrá:

$$y = f(x)$$

Luego se tiene las siguientes graficas

**Ejercicios**

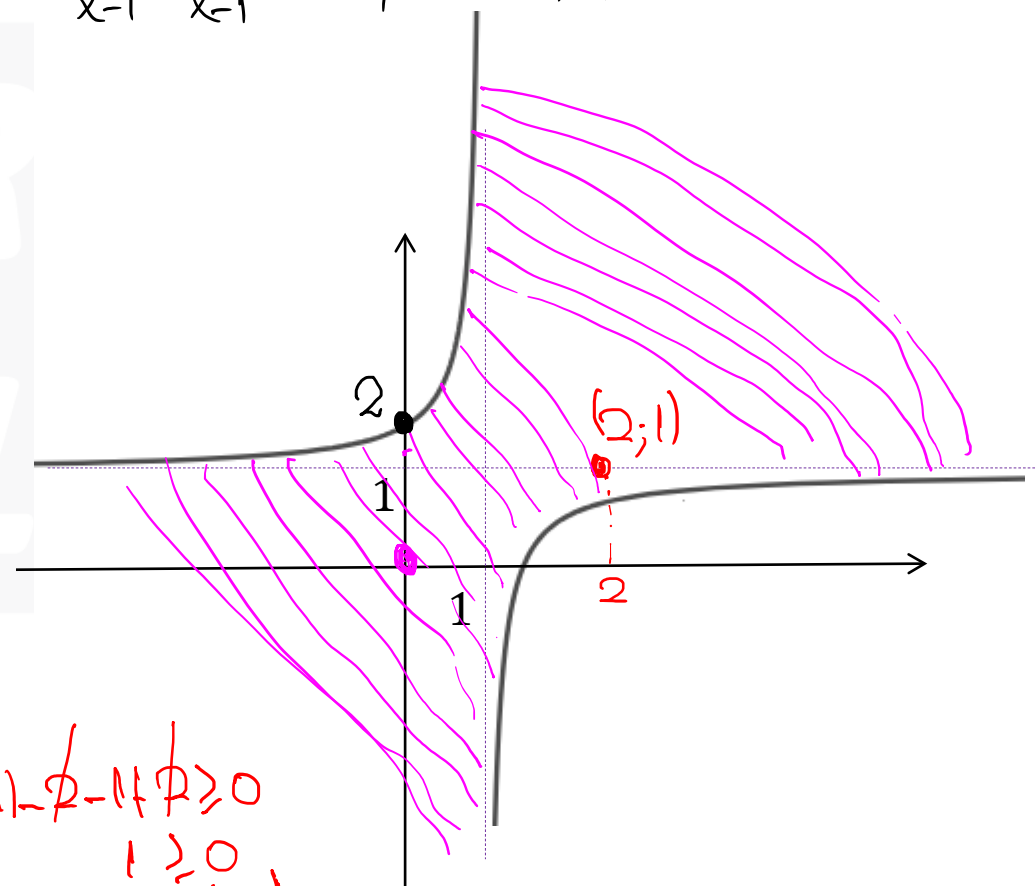
- Grafique $xy - x - y + 2 \geq 0$ ∞∞ψ

Resolución

$$xy - x - y + 2 \geq 0 \Rightarrow y(x-1) \geq x-2$$

$$\text{Sea } y(x-1) = x-2 \Rightarrow y = \frac{x-2}{x-1}$$

$$y = \frac{x-1}{x-1} - \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{x-1}$$



$$2(1) - 2 - 1 + 2 \geq 0$$

$$1 \geq 0$$

verdadero

GRÁFICO EN EL CAMPO DE LOS COMPLEJOS

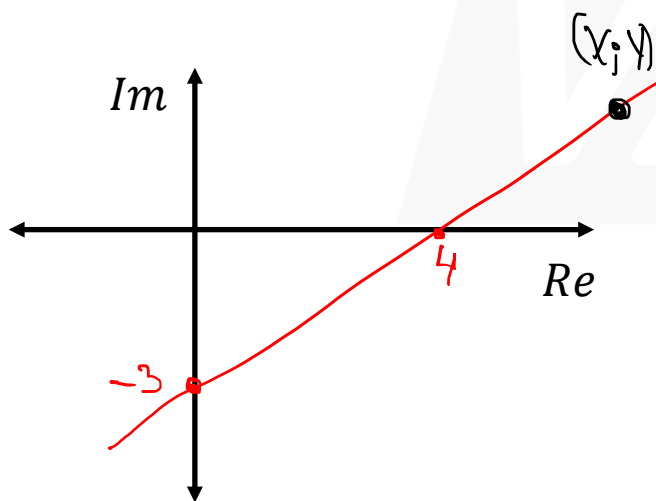
Ejercicios

Determine la gráfica de todos los $z \in \mathbb{C}$ tal que cumpla la siguiente igualdad:

$$3\operatorname{Re}(z) - 4\operatorname{Im}(z) - 12 = 0$$

Resolución Sea $z = x + yi$ / $x, y \in \mathbb{R}$

$$3x - 4y - 12 = 0$$



- Grafique $|z - 3 + i| - 2 = 0$

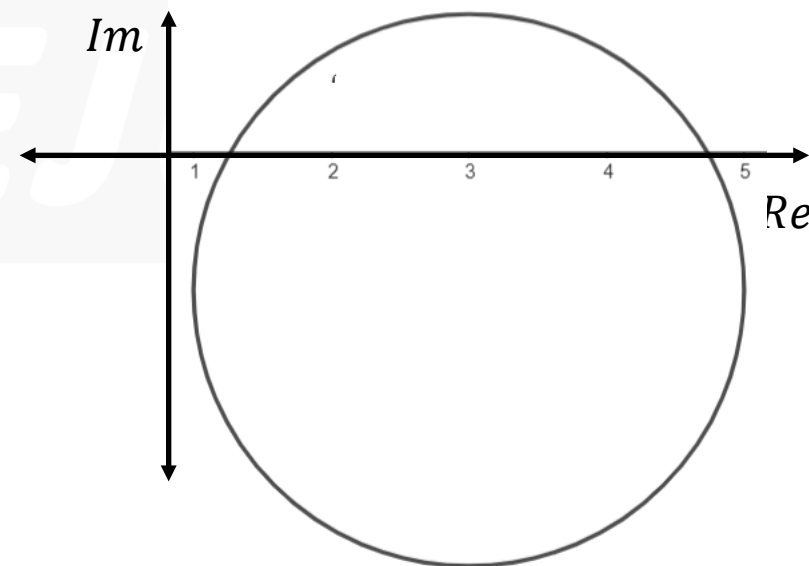
Resolución Sea $z = x + yi$ / $x, y \in \mathbb{R}$

Reempl. $|x - 3 + (y + 1)i| = 2$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} = 2 \Rightarrow (x-3)^2 + (y+1)^2 = 2^2$$

$$C = (3; -1); r = 2$$

Obs $|z - (3 - i)| = 2$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $h \quad k \quad \text{radio}$



Observación:

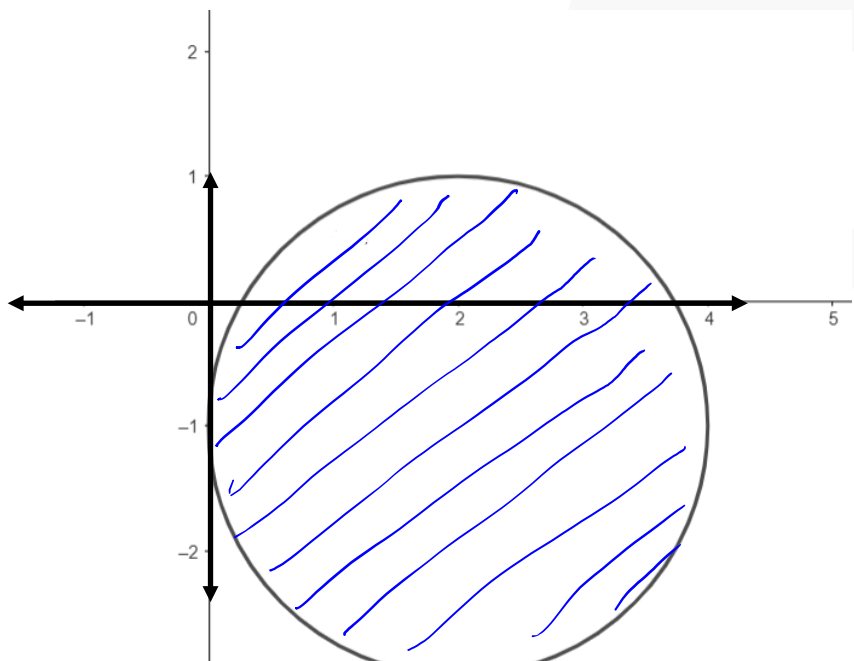
La ecuación $|z - h - ki| = r$, $i = \sqrt{-1}$
 genera una circunferencia de centro $(h; k)$ radio r .

Ejercicios

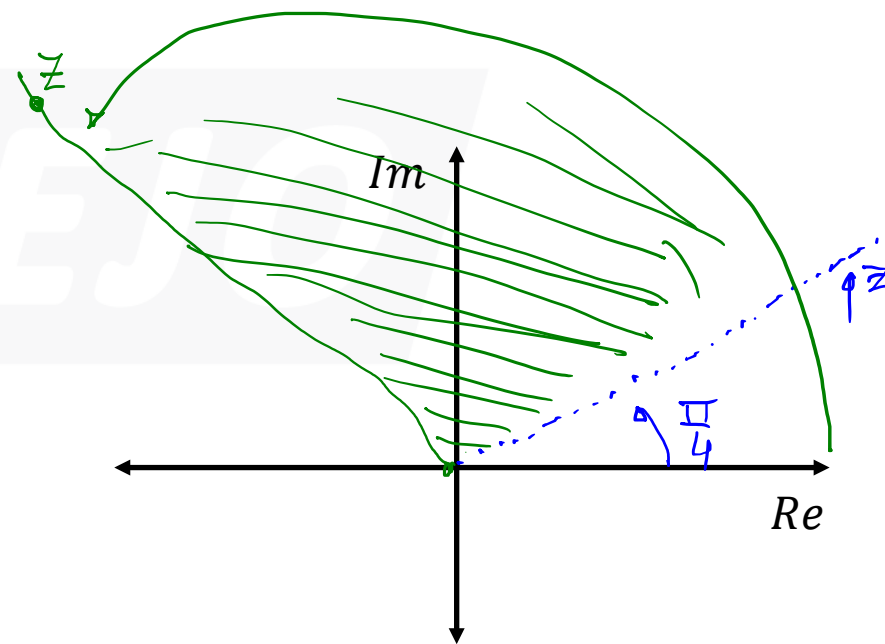
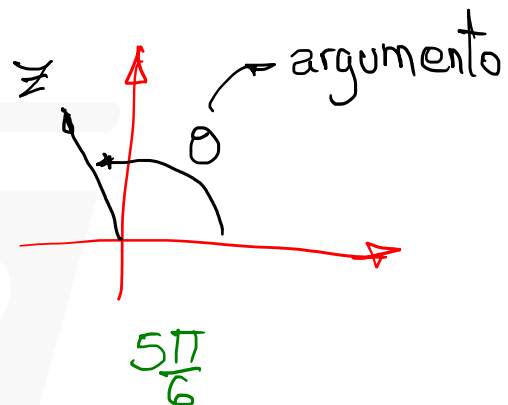
- Grafique $|z - 2 + i| \leq 2$

Resolución $|z - (2 - i)| \leq 2$

$$C \circ = (2; -1); \quad r = 2$$



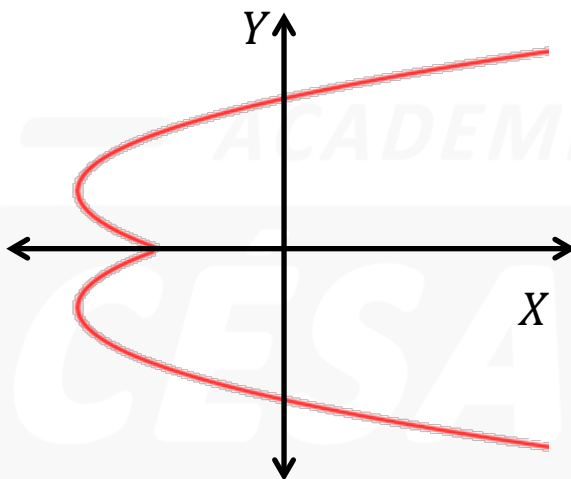
- Grafique $A = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \frac{\pi}{4} < \underbrace{\text{Arg}(z)}_{\theta} \leq \frac{5\pi}{6} \right\}$

Resolución

SIMETRÍA CON RESPECTO A LOS EJES

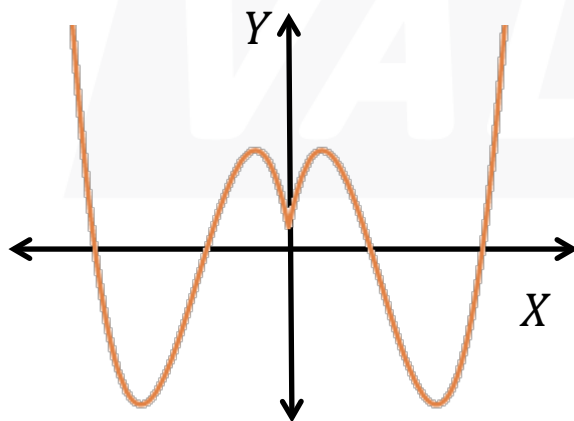
La gráfica de la relación definida por $R(x; y) = 0$ es simétrica con respecto al eje X si

$$R(x; -y) = R(x; y)$$



La gráfica de la relación definida por $R(x; y) = 0$ es simétrica con respecto al eje Y si

$$R(-x; y) = R(x; y)$$



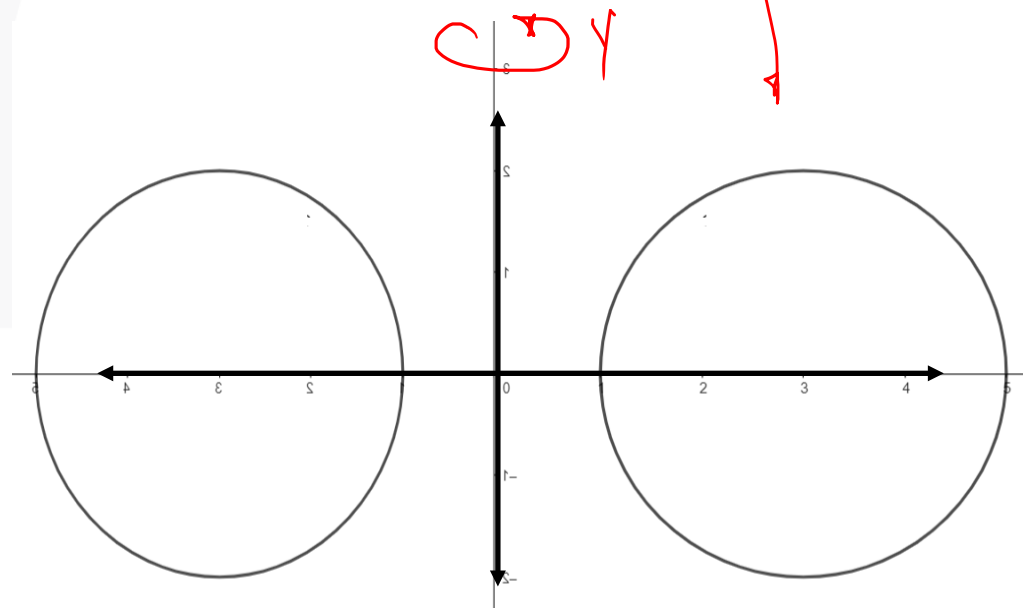
Ejercicios

- Grafique $(|x| - 3)^2 + y^2 - 4 = 0$

Resolución

Cambio x por $-x$, no se altera (simetría con el eje "y")

Sea $x \geq 0$: $(x-3)^2 + y^2 = 2^2$



— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe